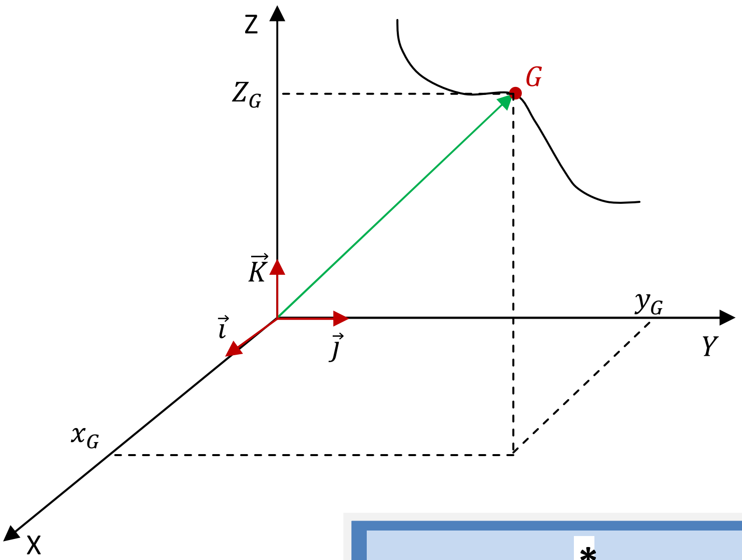
الجزء الأول من الكتاب المدرسي : (3ع ت + 3 ت ر + ر) الوحدة : 05 :	التطورات الزمنية الرتيبة تطور جملة ميكانيكية

DAHEL MT- lycée benalioui salah SETIF

الدرس الأول : مفاهيم أساسية في الميكانيك

1 - المرجع والمعلم :



لدراسة حركة جسم ما وليكن المتحرك G نحتاج إلى مرجع تنسب إليه الحركة ولتحديد مواضع G في الفضاء نحتاج إلى معلم $(0\ ,\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k})$ وساعة لقياس الزمن

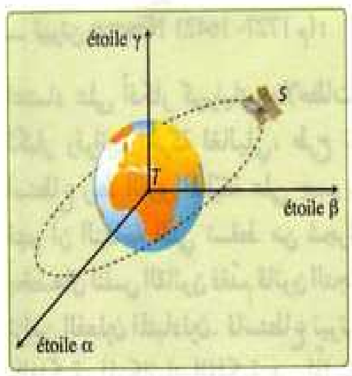
- هناك عدة مراجع منها :

- المراجع الغاليلية (العطالية) :

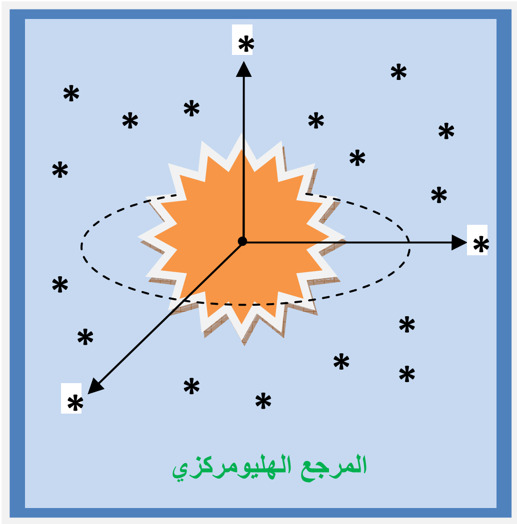
1 - المرجع الهليومركزي (الشمسي)

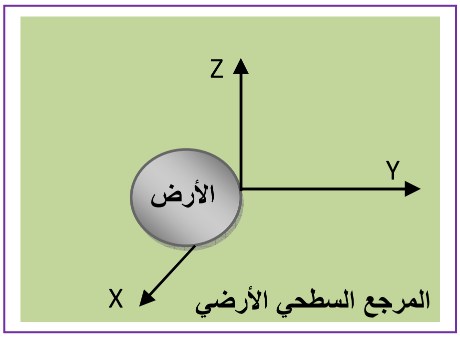
2 - المرجع الجيومركزي (الأرضي)

3 - **المرجع السطحي الأرضي** (المخبري)



وثيقة 27 : المرجع الجيومركزي.

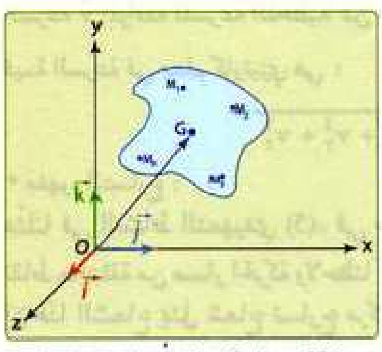




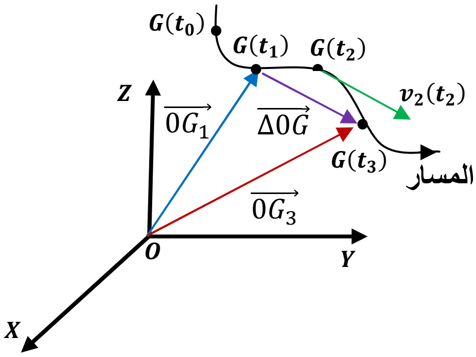
ملاحظة : يمكن اعتبار الجملة نقطة مادية إذا كانت أبعادها مهملة أمام المرجع الذي تنسب إليه .

* مفهوم مركز العطالة : في الجملة الشبه معزولة توجد على الأقل نقطة ساكنة أو تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم غاليلي ، في ميكانيك نيوتن هذه النقطة تنطبق دائما على مركز الكتلة الذي يمثل مركز المسافات المتناسبة لمجموعة النقاط المادية $(M_1\ ,\ M_2\ ,\ M_3\ .....)$ للجملة بحيث :

$$\overrightarrow{\mathbf{OG}} = \frac{\mathbf{m_1}\overrightarrow{\mathbf{OM_1}}+\mathbf{m_2}\overrightarrow{\mathbf{OM_2}}+\mathbf{m_3}\overrightarrow{\mathbf{OM_3}}+\cdots}{\sum m_i}$$



وثيقة 28 : يمثل G مركز الأبعاد المتناسبة.



2 - شعاع السرعة اللحظية :

شعاع السرعة في اللحظة t_2 هو :

$$\overrightarrow{v_2} = \frac{\overrightarrow{OG_3} - \overrightarrow{OG_1}}{t_3 - t_1}$$

- شعاع السرعة يكون موازيا لشعاع الانتقال .

$$\overrightarrow{\Delta OG} = \overrightarrow{OG_3} - \overrightarrow{OG_1}$$

- يكون تحديد $\overrightarrow{v_2}$ أكثر دقة كلما اقتربت t_3 من t_1 أي $\Delta t = t_3 - t_1 \to 0$

ونكتب : $\vec{v}_m = \frac{\overrightarrow{\Delta OG}}{\Delta t}$

فتكون السرعة اللحظية :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta OG}}{\Delta t} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$$

أي أن السرعة اللحظية : هي مشتق شعاع الانتقال بالنسبة للزمن .

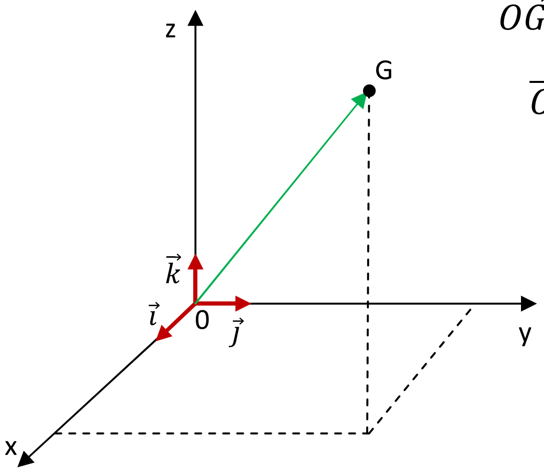
* وحدة السرعة في الجملة الدولية هي : $(\mathrm{m/s})$ أو $(m\,.\,s^{-1})$.

مثال : يتحرك جسم نعتبره نقطة في معلم $(0\ ,\ \vec{\imath}\ ,\ \vec{\jmath}\ ,\ \vec{k})$ ، تعطى إحداثيات المتحرك في كل لحظة t كما يلي :

$$x = 3t - 1 \quad , \quad y = 2t^2 - 1 \quad , \quad z = t^2 + 2t$$

1 - اكتب عبارة شعاع الموضع ، ثم عين وضعية المتحرك في اللحظة $t = 2s$.

2 - اكتب عبارة شعاع السرعة ، ثم احسب طويلة السرعة في اللحظة $t = 1s$.



الحل : 1 - شعاع الموضع هو : $\overrightarrow{OG} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$

$$\overrightarrow{OG} = (3t - 1)\vec{\imath} + (2t^2 - 1)\vec{\jmath} + (t^2 + 2t)\vec{k}$$

في اللحظة $t = 2s$:

$$\overrightarrow{OG} = 5\vec{\imath} + 7\vec{\jmath} + 8\vec{k}$$

2 - شعاع السرعة :

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = \frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}}\vec{\imath} + \frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dt}}\vec{\jmath} + \frac{\mathbf{dz}}{\mathbf{dt}}\vec{k}$$

$$\vec{v} = 3\,\vec{\imath} + 4t\,\vec{\jmath} + (2t + 2)\vec{k}$$

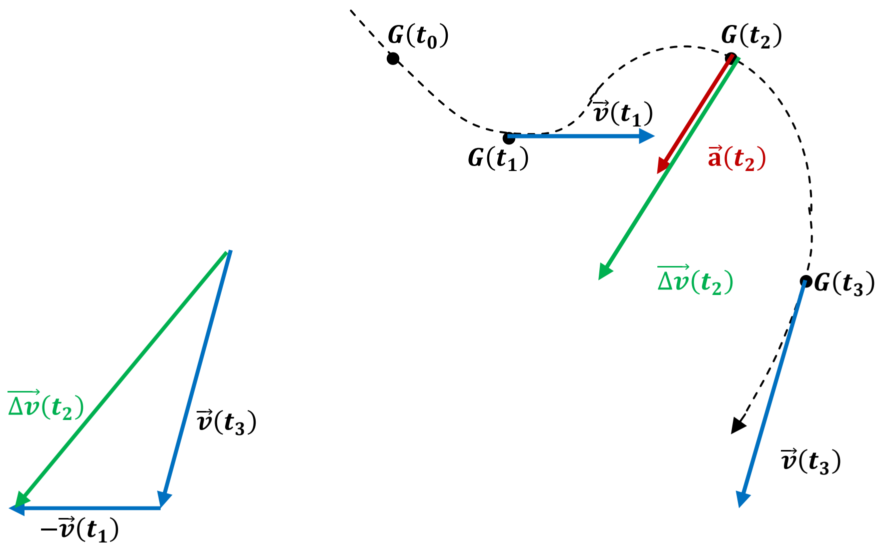
عند $t = 1$ يكون شعاع السرعة : $\vec{v} = 3\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath} + 4\vec{k}$

وطويلته : $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(3)^2 + (4)^2 + (4)^2} = \sqrt{9 + 16 + 16}$

$v = 6{,}4\ s/m$.

3 - شعاع التسارع اللحظي :

- يعبر شعاع التسارع عن تغير شعاع السرعة خلال الزمن .
- شعاع التسارع محمول على شعاع تغير السرعة $\overrightarrow{\Delta v}$.



- شعاع التسارع في اللحظة t_2 هو :

لدينا : $$\overrightarrow{a_m} = \frac{\overrightarrow{v_3} - \overrightarrow{v_1}}{t_3 - t_1} = \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t}$$

- يكون شعاع التسارع دقيقا أكثر كلما اقتربت t_3 من t_1 أي أن :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

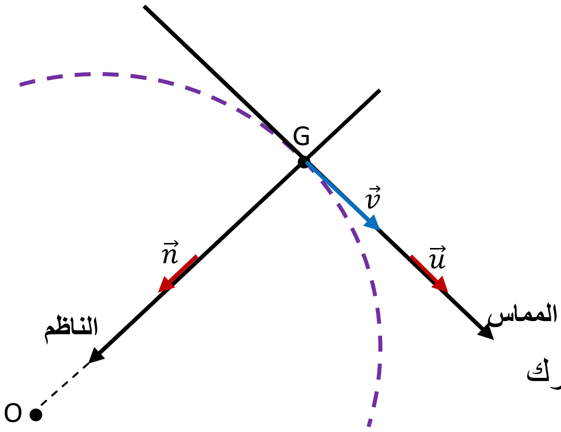
إذن شعاع التسارع اللحظي هو مشتق شعاع السرعة اللحظية بالنسبة للزمن .

وحدة التسارع في الجملة الدولية : من العلاقة $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{[d]}{\frac{[t]}{[t]}} = \frac{[d]}{[t]^2} = \frac{m}{s^2}$$

أو $m\,.\,s^{-2}$

التحليل البعدي لعبارة التسارع : $[a]=\frac{[D]}{\frac{[T]}{[T]}}=\frac{[D]}{[T]^2}$ وعلى هذا فوحدة التسارع هي $(m\,.\,s^{-2})$



4 - التسارع المماسي والتسارع ألناظمي (المركزي) :

نعتبر متحركا على مسار منحني ، تنسب حركته إلى معلم $(G\,,\,\vec{u}\,,\,\vec{n})$ محوراه متعامدان أحدهما يمس المسار في كل لحظة والآخر متجه نحو مركز المسار (o) ، يسمى هذا المعلم بمعلم فرينى وهو معلم متحرك

شعاع السرعة يكون دائما محمولا على المماس ومنه نكتب : $\vec{v}=v\vec{u}$

وباشتقاق هذه العلاقة بالنسبة للزمن .

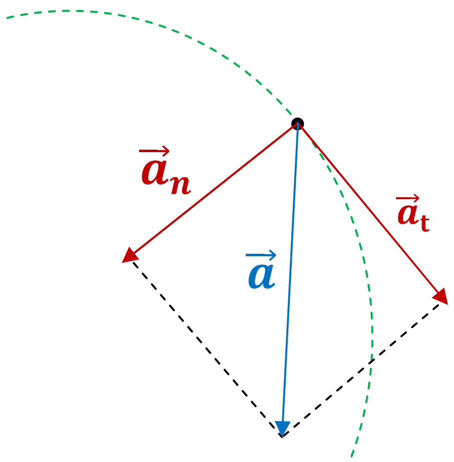
(شعاع الوحدة $\vec{u}$ متغير المنحى) $$\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{dv}{dt}\vec{u}+v\frac{d\vec{u}}{dt}$$

ومنه التسارع $\vec{a}$ عبارة عن تسارعين :

- التسارع المماسي $\vec{a}_t$: محمول على المماس هو : $\vec{a}_t=\frac{dv}{dt}\vec{u}$ طويلته : $a_t=\frac{dv}{dt}$

- التسارع الناظمي $\vec{a}_n$: متجه نحو المركز (تسارع مركزي) $\vec{a}_n=v\frac{d\vec{u}}{dt}$ طويلته تقبل دون برهان

$a_n=\frac{v^2}{R}$ حيث R هو نصف قطر المسار .

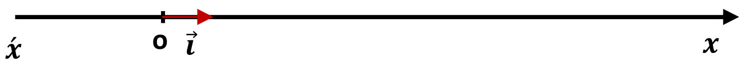


الحركـــــــــات المستقيـــــــمة

الحركة المستقيمة هي حركة مسارها مستقيم وتتم دراستها وفق محور واحد : إما ox أو oy أو oz .

المستقيم عبارة عن دائرة نصف قطرها $R = \infty$

$$\vec{a} \begin{cases} a_t = \dfrac{dv}{dt} \\ a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{v^2}{\infty} = 0 \end{cases}$$



1 ـ الحركة المستقيمة المنتظمة :

- المعادلة الزمنية لهذه الحركة : ـ $\boldsymbol{x = v\,t + x_0}$

$\boldsymbol{x_0}$: الفاصلة التي شغلها المتحرك في اللحظة $(t = 0)$ (الفاصلة الابتدائية) .

$\boldsymbol{x}$: الفاصلة التي يشغلها المتحرك في اللحظة (t) .

- سرعة الحركة : ـ $\boldsymbol{v = \dfrac{dx}{dt} = cte}$
- تسارع الحركة : ـ $\boldsymbol{a_t} = \dfrac{\boldsymbol{dv}}{\boldsymbol{dt}} = 0$

مثال : أكتب المعادلة الزمنية لمتحرك يقوم بحركة مستقيمة منتظمة حيث يشغل الفاصلة $x_1 = 3m$ في اللحظة $t_1 = 2s$ ويشغل الفاصلة $x_2 = 5m$ في اللحظة $t_2 = 3s$.

الحل : المعادلة الزمنية $x = v\,t + x_0$

بحل جملة المعادلتين نجد :

$$\begin{cases} 3 = v\,(2) + x_0 \\ -5 = v\,(3) + x_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3 = 2\,v + x_0 \quad \text{--------} \quad (1) \\ -5 = 3\,v + x_0 \quad \text{---------} \quad (2) \end{cases}$$

$v = -\,8\,m\,.s^{-1}$ و $x_0 = 19\,m$

إذن المعادلة الزمنية تكون من الشكل : $\boldsymbol{x = -8\,t + 19}$

ملاحظة : $v = -\,8\,m\,.s^{-1}$ لا يعني أن السرعة سالبة بل يقصد أن المتحرك له سرعة $v = \,8\,m\,.s^{-1}$ لكنه يتحرك في الجهة السالبة للمحور الموجه .

2 ـ الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام :

* المعادلة الزمنية لهذه الحركة : ـ $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0}$ .... (1)

حيث v_0 : هي السرعة في اللحظة $t = 0$ (السرعة الابتدائية)

* سرعة الحركة : $v = \frac{dx}{dt} = a\,t + v_0$ .... (2)

يمكن الوصول الى العبارة : $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

من العلاقة (2) لدينا : $t = \frac{v - v_0}{a}$ … … … … (3)

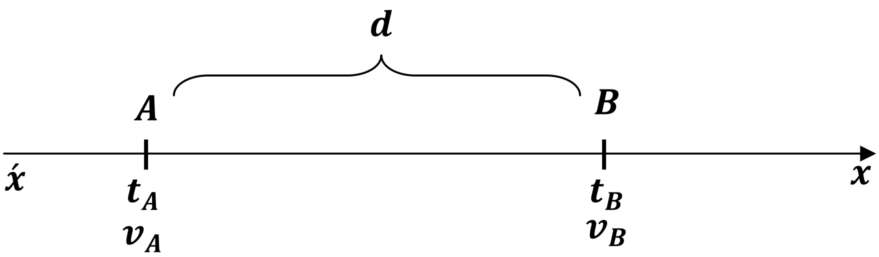
بتعويض (3) في (1) يكون : $x = \frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right)^2 + v_0\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + x_0$

$$x - x_0 = \frac{v-v_0}{a}\left[\frac{1}{2}a\left(\frac{v-v_0}{a}\right) + v_0\right] = \frac{v-v_0}{a}\left(\frac{v-v_0}{2} + v_0\right) = \frac{v-v_0}{a}\left(\frac{v-v_0+2v_0}{2}\right) \rightarrow$$

$$x - x_0 = \left(\frac{v-v_0}{a}\right)\left(\frac{v+v_0}{2}\right) = \frac{v^2-v_0^2}{2a} \rightarrow \boldsymbol{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)}$$

ملاحظات عامة :

1 -



يمكن كتابة العبارة : $\boldsymbol{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)}$ بالشكل $v_B^2 - v_A^2 = 2a\,d$ حيث $d = AB$

كما يمكن حساب المسافة المقطوعة من العلاقة : $d = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ حيث $d = x_B - x_A$

وأيضا يمكن حساب المدة الزمنية التي يستغرقها بين A ، B من العلاقة : $t = \frac{v_B - v_A}{a}$

2 - إذا اعتبرنا أن المتحرك يتحرك دائما في الجهة الموجبة للمحور الموجه ، هذا يعني أن السرعة موجبة فإذا كان :

$(\vec{a} \times \vec{v} > 0)$ التسارع موجبا ، تكون الحركة متسارعة بانتظام .

$(\vec{a} \times \vec{v} < 0)$ التسارع سالبا ، تكون الحركة متباطئة بانتظام .

3 - الحركة الدائرية المنتظمة :

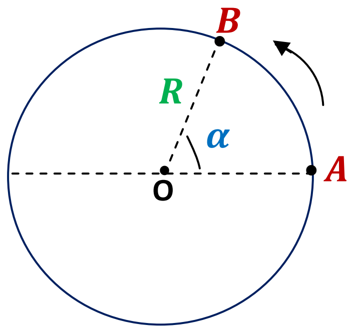
المسار دائري

السرعة $(\mathrm{v} = \mathrm{Cte})$

$$\left.\begin{matrix} \text{المسار دائري} \\ (\mathrm{v} = \mathrm{Cte})\ \text{السرعة} \end{matrix}\right\} \rightarrow \boxed{\vec{a}\begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{R} \end{cases}}$$

إذن تسارع هذه الحركة هو : التسارع الناظمي : $\boldsymbol{a = a_n = \frac{v^2}{R}}$

المسافة المقطوعة من A إلى B هي طول القوس :



بالقسمة على R $\hat{S} = \widehat{AB} = v\,t$

$$\frac{\hat{S}}{R} = \frac{v}{R}t \rightarrow \alpha = \omega\,t \rightarrow \omega = \frac{\alpha}{t}$$

حيث ω هي السرعة الزاوية وحدتها في الجملة الدولية هي $\left(\frac{rd}{s}\right)$.

دور الحركة : هو الزمن اللازم لكي يكمل المتحرك دورة كاملة يرمز له بـ T حيث : $\omega = \frac{2\pi}{T}$

4 - قوانين نيوتن :

القانون الأول (مبدأ العطالة): في معلم غاليلي إذا كان شعاع سرعة مركز عطالة جملة ثابتا ، فإن المجموع الشعاعي للقوى الخارجية يكون معدوما والعكس صحيح . $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v}_G = Cte$

نص مبدأ العطالة : يحافظ كل جسم على سكونه أو حركته المستقيمة المنتظمة إذا لم تتدخل قوة لتيير حالته الحركية

* في مرجع غاليلي مركز العطالة G لجملة شبه معزولة :

1 - يبقى ساكنا إذا كان ساكنا .

2 - يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة إذا كان متحركا .

القانون الثاني (نظرية مركز العطالة) : في معلم غاليلي يكون المجموع الشعاعي للقوى الخارجية المؤثرة على جملة كتلتها m متناسبا في كل لحظة مع تسارع مركز عطالة الجملة أي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

القانون الثالث (مبدأ الفعلين المتبادلين) : إذا أثرت جملة A بفعل ميكانيكي على جملة B منمذج بقوة $\vec{F}_{A/B}$

فإن الجملة B تؤثر في نفس الوقت على الجملة A بفعل منمذج بقوة $\vec{F}_{B/A}$ بحيث يكون هاذان الفعلان متعاكسين ومربوطين بالعلاقة :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$